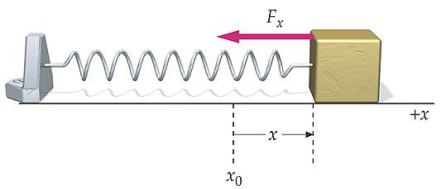
Mecánica y Ondas I

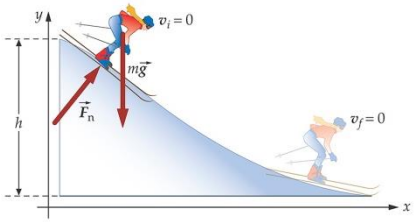
Grado en Física

Unidad I: Mecánica Newtoniana

Isaac Newton 1642-1727

Tema 3: Dinámica. Energías



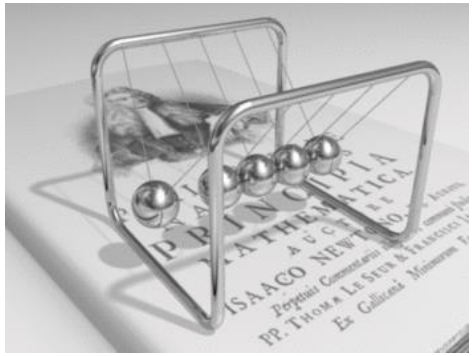


Juan Carlos Maroto

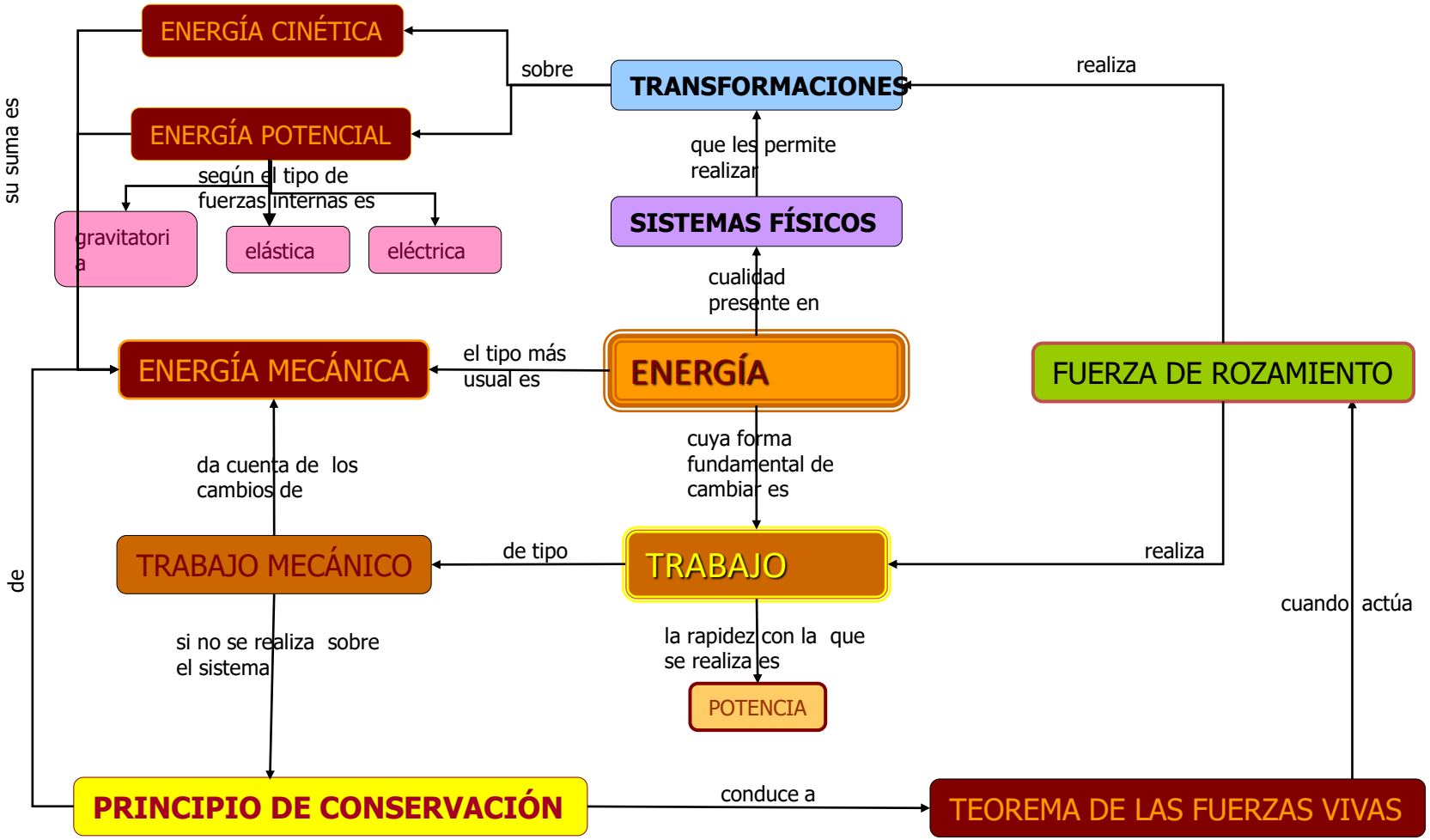
Indice

Tema 3: ENERGÍAS

1. Trabajo y Energía
2. Energía Cinética. Teorema de las fuerzas vivas.
3. Energía Potencial.
   Fuerzas conservativas
   Energía a partir de U
   Función energía potencial
4. Potencia
5. Conservación de la Energía Mecánica.
   Teorema del Trabajo y Energía

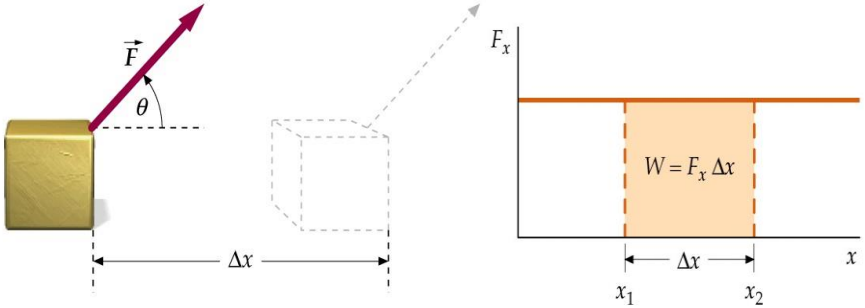


1. TRABAJO Y ENERGÍA



Si un objeto se mueve una distancia Δx mientras una <u>fuerza constante</u> ***F*** está actuando sobre el, el trabajo hecho por la fuerza es:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\cos\theta\Delta x = F_x \Delta x$$

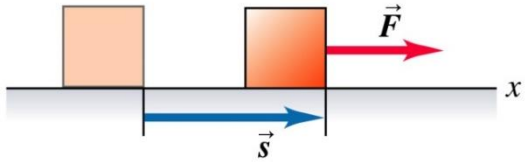


θ: ángulo entre la fuerza F y el desplazamiento Δx
F_x es la componente a lo largo del desplazamiento

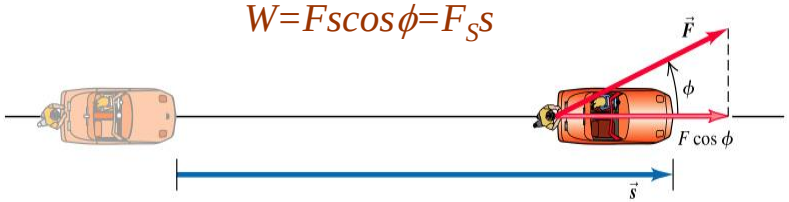
$$[W] = 1J = 1N\cdot m$$

- ✓ El trabajo depende de la fuerza, del desplazamiento, y del ángulo relativo entre ambos.
- ✓ Si no hay desplazamiento (estático) no hay trabajo.
- ✓ Si la fuerza neta es perpendicular a la dirección de desplazamiento, el trabajo es nulo.

Si la fuerza es paralela (antiparalela) al desplazamiento, s: $W = \pm Fs$

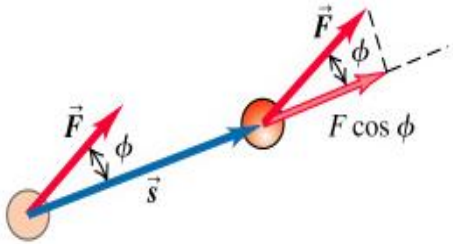


Si la fuerza NO es paralela al desplazamiento, s:
$W = Fs\cos\phi = F_S s$

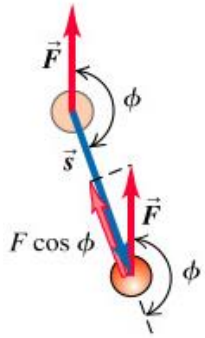


1. TRABAJO Y ENERGÍA

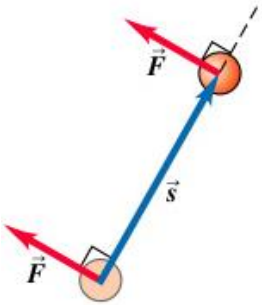
- ✓ El trabajo puede ser positivo o negativo, según si la componente de la fuerza en la dirección de desplazamiento va en el mismo sentido del desplazamiento o en sentido contrario.



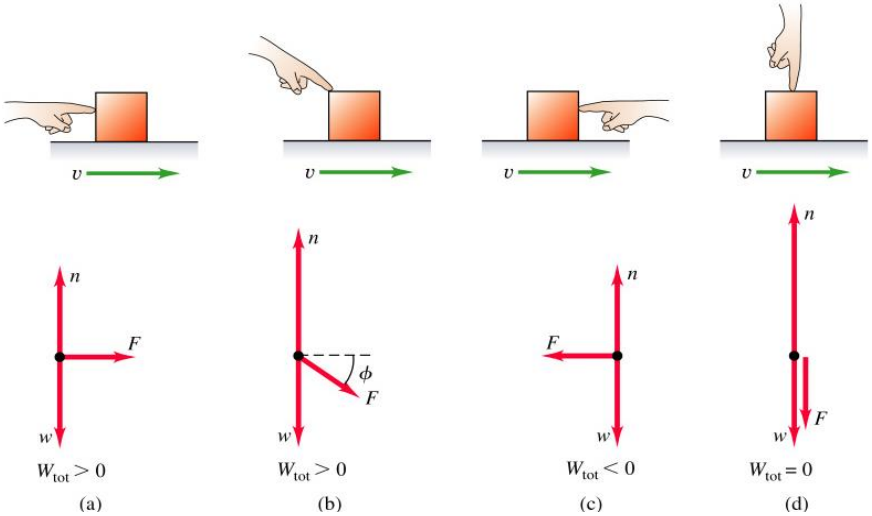
Fuerza tiene componente en la dirección de desplazamiento: Trabajo de la fuerza positivo

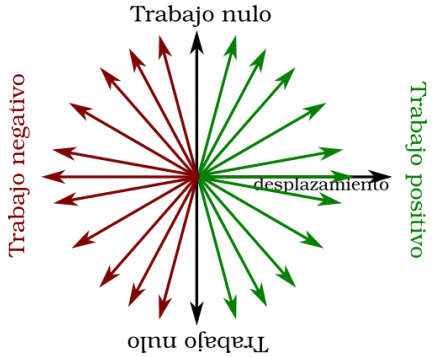


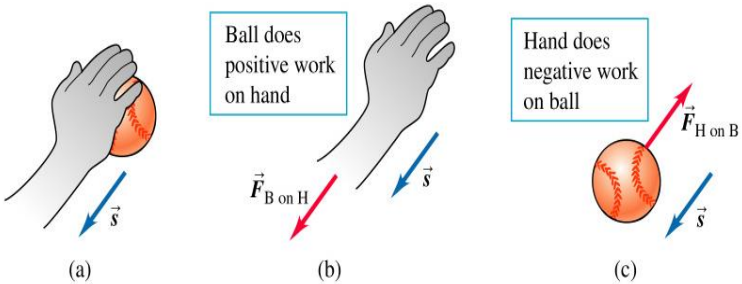
Fuerza tiene componente opuesta al desplazamiento: Trabajo negativo



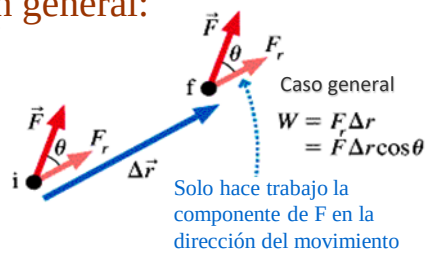
Fuerza perpendicular al desplazamiento: Trabajo nulo



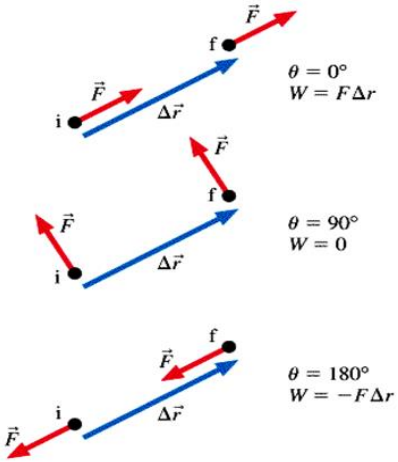




Para una fuerza en general:



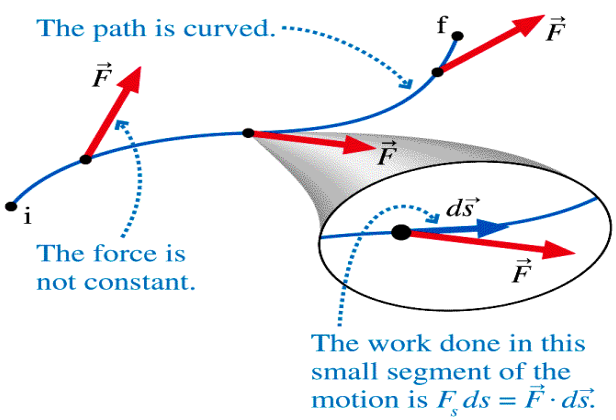
3 casos especiales:
θ=0º, θ=90º, θ=180º



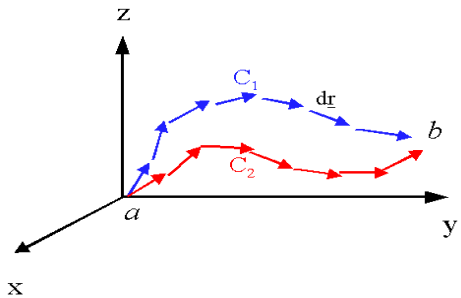
TRABAJO REALIZADO POR FUERZAS VARIABLES.

Si la fuerza **NO es constante** el trabajo es:

$$W = \int_{s_i}^{s_f} F_s \, ds = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



- ✓ Resultado general: El trabajo total es la suma de trabajos en las direcciones infinitesimales de desplazamiento.
- ✓ Puede depender del camino

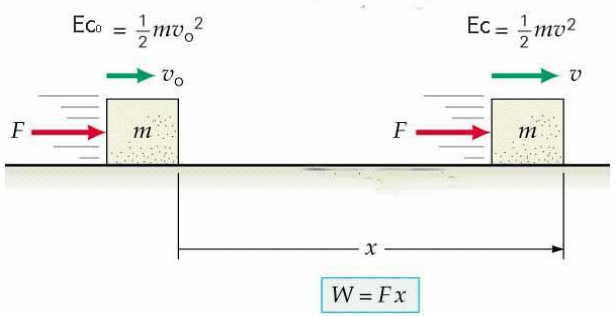


2. ENERGÍA CINÉTICA. TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS

Obtenemos la expresión de la Energía cinética:

$$F_x = ma_x$$
$$W_{total} = ma_x \Delta x$$
$$v_f^{\,2} = v_i^{\,2} + 2a_x \Delta x$$

$$\Rightarrow \quad W_{total} = \frac{1}{2} m v_f^{\,2} - \frac{1}{2} m v_i^{\,2}$$



Definición de Energía Cinética, *K≡ E_C≡T:*

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2 \quad con \quad v^2 = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W_{Total} = K_f - K_i}$$

"Teorema de las Fuerzas Vivas"

Otra forma de obtener la expresión de la Energía Cinética:

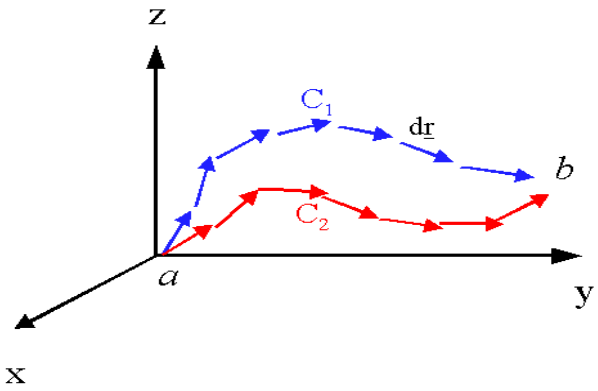
$$W_{total} = \int_{s_0}^{s_f} F_{neta} ds = \int_{s_0}^{s_f} ma\, ds = m\int_{s_i}^{s_f} v \frac{dv}{ds} ds = m\int_{v_i}^{v_f} v\, dv = m \left.\frac{v^2}{2}\right|_{v_i}^{v_f} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

3. ENERGÍA POTENCIAL

FUERZAS CONSERVATIVAS

- ✓ Para una fuerza conservativa el trabajo realizado para ir de un punto a a un punto b no depende del camino recorrido.
- ✓ Sólo depende del punto inicial a y del final b.
- ✓ Podemos asignar una función a cada punto del espacio → La energía potencial.

$$W = \int_{C1} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r} = \int_{C2} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}$$



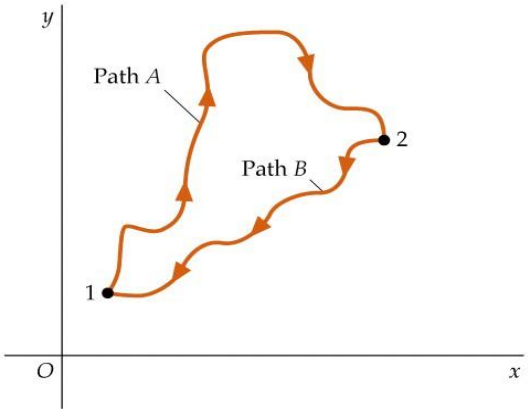
$$W_{FC}(a \rightarrow b) = -(U_b - U_a)$$

- ✓ Otra definición: En una fuerza conservativa el trabajo realizado en una trayectoria cerrada es nulo.

SOLO para fuerzas conservativas !:

$$dU = -\vec{F}_{cons} \cdot d\vec{s}$$

$$U_2 - U_1 = -\int_{s_1}^{s_2} \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{s}$$



Definición de Energía Potencial, $U \equiv E_P$

$$U_f - U_i = -\int_{s_i}^{s_f} \vec{F}_{cons} d\vec{s} = -W_{i \to f}(F_{cons})$$

- ✓ El trabajo realizado por una fuerza tiende a reducir su energía potencial.
- ✓ La Energía Potencial se define en función de la diferencia entre dos puntos, por tanto no tendrá valores absolutos, mientras no se defina el punto de energía potencial cero.
- ✓ El valor absoluto de la Energía Potencial es arbitrario. Solo puede medirse cambios de Energía Potencial.

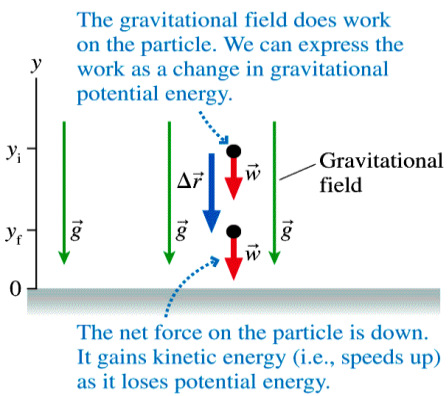
DOS EJEMPLOS:

1 Campo constante. Energía potencial gravitatoria:

El campo gravitatorio g cerca de la superficie de la Tierra es uniforme. Si una masa se mueve de yi a yf, el campo g dará un trabajo positivo:

$$\vec{F} = -mg\vec{j}$$

$$dU = -\vec{F}d\vec{s} = -(-mg\vec{j})\cdot(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = mgdy$$

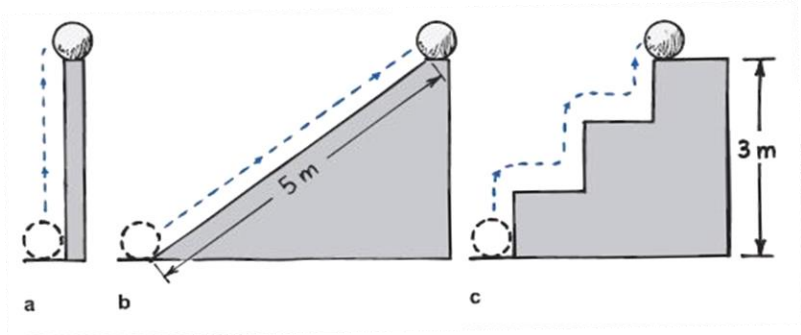


$$U_{grav} = \int_0^y mgdy = mgy + U_0$$

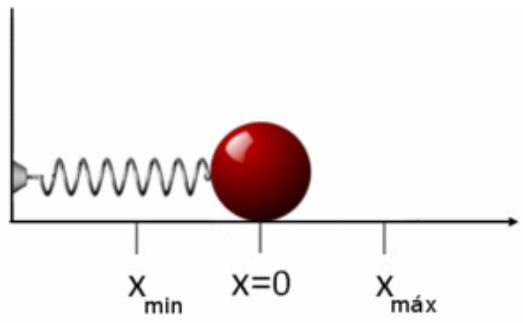
Por lo tanto:

$$U_{grav} = U_0 + mgy \Rightarrow \boxed{U_{grav}(y) = mgy}$$

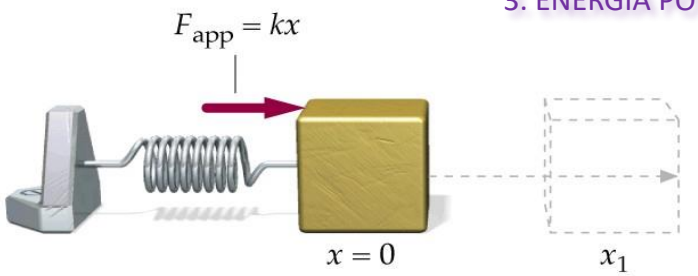
Energía potencial gravitatoria



❷ Energía Potencial (elástica) de un muelle:

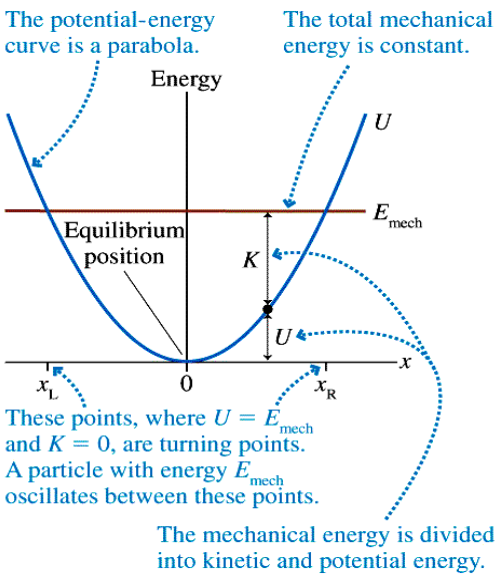


$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$



$$dU_k = -\vec{F}d\vec{s} = -(-kx\vec{i})\cdot(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = kxdx$$

$$U_k = \int kxdx = \frac{1}{2}kx^2 + U_0 \Rightarrow \boxed{U_k = \frac{1}{2}kx^2}$$



- ✓ La energia de un muelle-masa se alterna entre la energía potencial U_k almacenada en el muelle y la energía cinética K que tenga la masa en su movimiento.
- ✓ El diagrama de energías muestra el balance de energía frente a la posición. La energía potencial presenta una función parabólica en $x \sim x^2$.

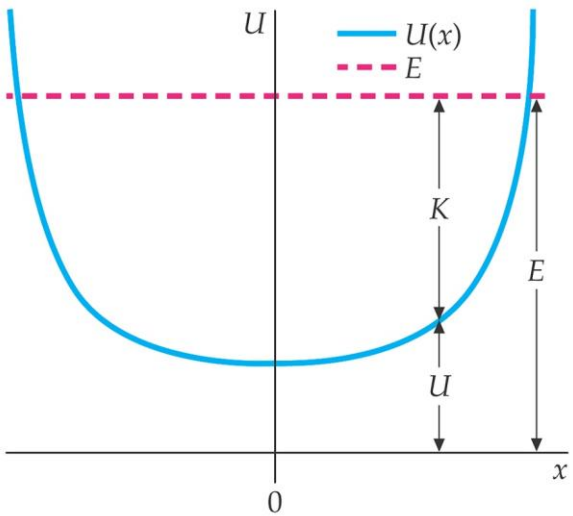
FUERZAS A PARTIR DE U

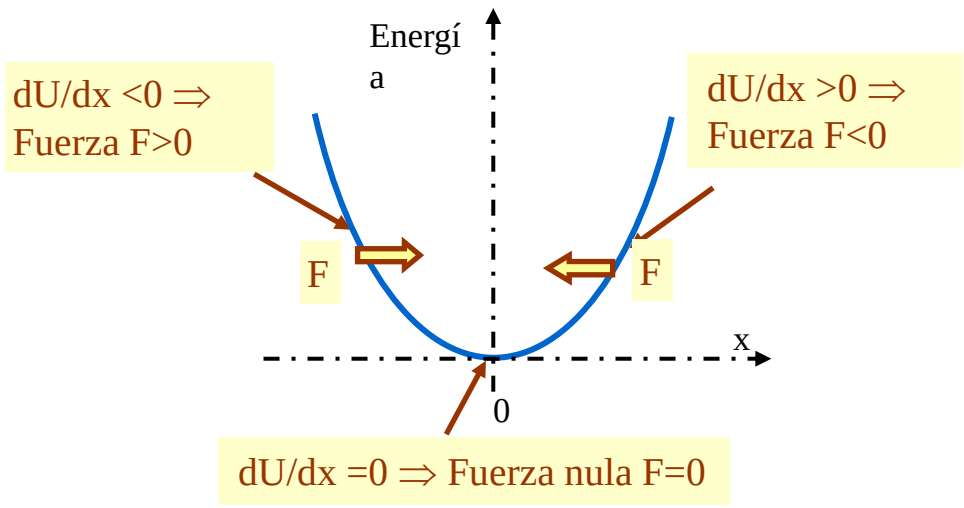
La energía potencial toma un valor en cada punto del espacio

$$W_{FC} = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx = -\Delta U = U(x_i) - U(x_f)$$

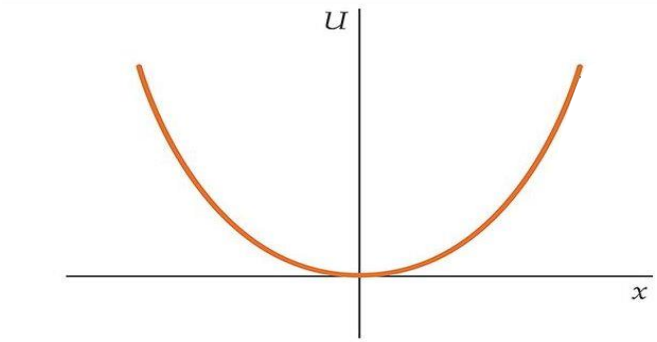
En forma infinitesimal

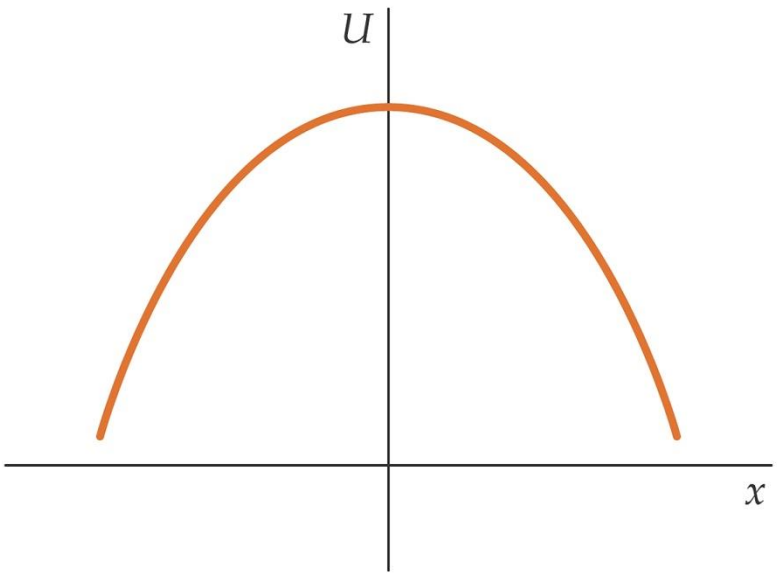
$$dW_{FC} = F_x \, dx = -dU \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{dU(x)}{dx}$$

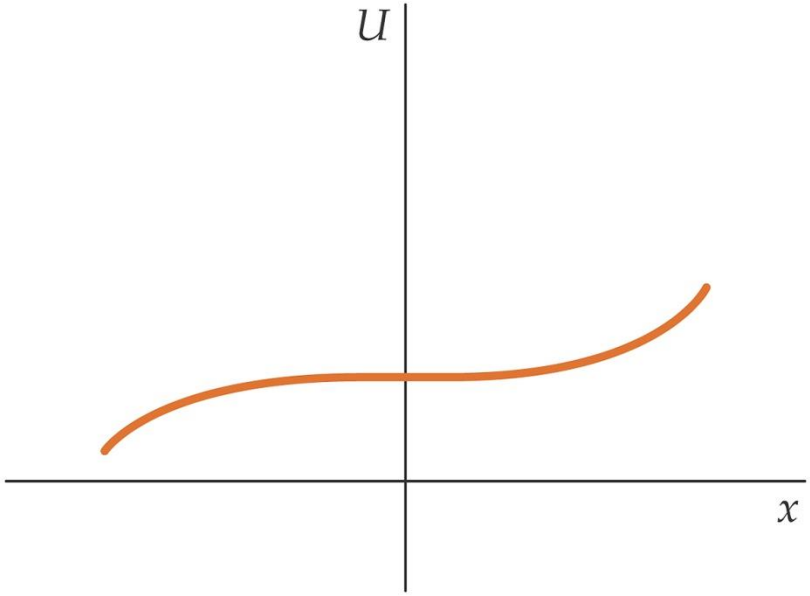




ENERGÍA POTENCIAL Y EQUILIBRIO







FUNCIÓN ENERGÍA POTENCIAL (3DIM)

Se puede generalizar el trabajo en 3D

$$W_{FC} = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta U = U(\vec{r}_i) - U(\vec{r}_f)$$

$$\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} U(\vec{r})}$$

donde el gradiente se puede expresar en coordenadas

$$\vec{\nabla} U(\vec{r}) = \frac{\partial U}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial U}{\partial \phi}\hat{\phi}$$

Esfericas

$$\vec{\nabla} U(\vec{r}) = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

Cartesianas

RESUMEN DE TRABAJOS

- ✓ El trabajo realizado por **todas** las fuerzas se puede expresar como la variación de energía cinética

$$W_{Total} = \Delta K$$

- ✓ El trabajo realizado por todas las **fuerzas conservativas** es la variación de la energía potencial con signo -.

$$W_{Fcons} = -\Delta U$$

- ✓ El trabajo realizado por las **fuerzas no conservativas** será:

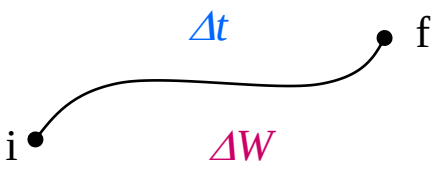
$$W_{FNo-cons} = W_{Total} - W_{Fcons} = \Delta E_c + \Delta U = \Delta(E_c + U) = \Delta E_m$$

- ✓ Definimos la energía mecánica como la suma de la cinética y la potencial

4. POTENCIA

El trabajo no menciona el paso del tiempo. Si queremos saber con que rapidez se efectúa el trabajo:

DEF: Potencia media: $$P_{media} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$



DEF: Potencia instantánea:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$[P]=W\ (Watt)=1J/1s$

$1kW=10^3W$

$1MW=10^6W$

$1cv=735{,}5W$

$1hp=746W$

$1kWh=P\cdot t=[E]=3{,}6\cdot 10^6J=3{,}6MJ$

En mecánica:

$\Delta W=F_t\ \Delta s$

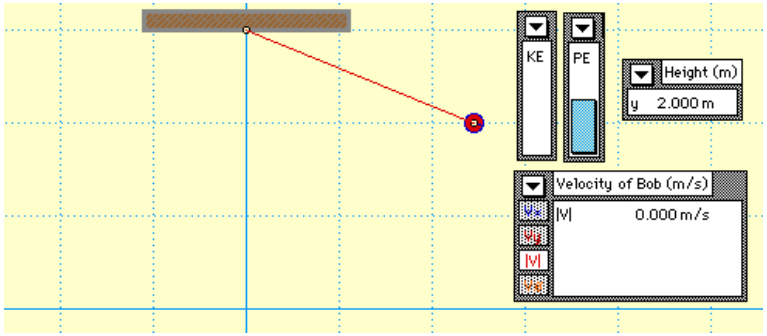
$$P_{media} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F_t \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F_t \cdot v_{media}$$

$$P(t) = \frac{dW}{dt} = F_t \frac{ds}{dt} = F_t\ v$$

ó: $$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

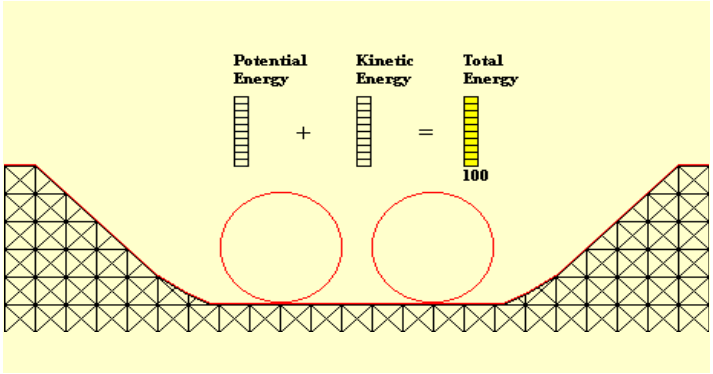
5. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

$$E_{mec} = K + U$$



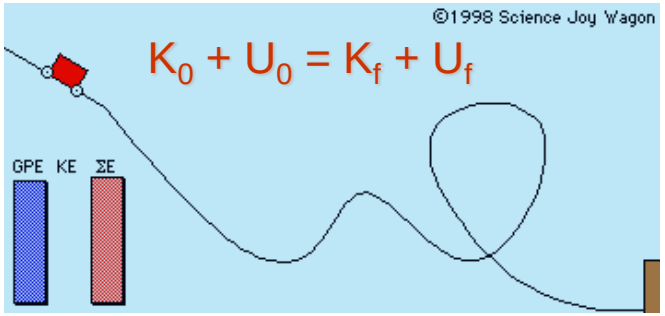
Si todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas la Energía Mecánica se conserva.

$$F_{no\text{-}cons} = 0 \Rightarrow E_{mec} = cte$$



$$W_{Fno-cons} = \Delta E_m$$

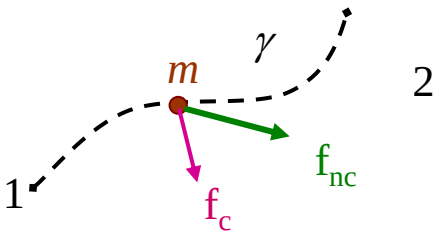
- ✓ $E_{mec} = K + U$ es una magnitud que se conserva para partículas que solo están sometidas a fuerzas conservativas, y por tanto su variación es nula: $\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow K_f + U_f = K_i + U_i$.



TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

Si separamos las que actúan sobre una masa, en fuerzas conservativas y no conservativas:

$$f_{Result} = f_c + f_{nc}$$



$$\vec{f}_{Res} \cdot d\vec{r} = \vec{f}_c \cdot d\vec{r} + \vec{f}_{nc} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow W_{1\to 2}(f_{Res}) = \underbrace{W_{1\to 2}(f_c)}_{U_1 - U_2} + W_{1\to 2}(f_{nc}) \underset{T^a Fuerzas Vivas}{=} K_2 - K_1$$

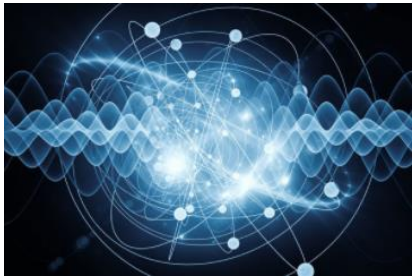
$$\boxed{W_{1\to 2}(f_{nc}) = (T_2 + U_2) - (T_1 + U_1) = E_{m2} - E_{m1}}$$

$$\boxed{W(f_{nc}) = \Delta E_m}$$

✓ La variación de la energía mecánica es el trabajo de fuerza no-conservativas (rozamiento):

$\Delta E_{mec} = W_{f\ no\text{-}cons}$.

Mecánica y Ondas I



Grado en Física